

MATLAB/Simulink を用いた運動方程式の解法

Solution of an Equation of Motion using MATLAB/Simulink

吉田裕亮

Yusuke Yoshida

機械素材研究所 計測制御科

制御分野におけるシミュレーション技術の活用方法として、制御対象をモデリングし制御ロジックの検証を行うモデルベース開発という手法がある。この手法の考え方やメリットは、製品形状を 3D モデリングして要求仕様の検証を行う構造解析や熱流体解析等と同じである。異なる点は、シミュレーションを行う上で最も重要なモデリング手法において 3DCAD のような簡易的な手段がないこと、要求仕様の検証を行う汎用ソフトが存在しないことにある。今回、当センターに新たに導入された MATLAB/Simulink を用いて、電気自動車の運動予測を例にモデリングを行った。さらに、実験との比較検証によりモデルの妥当性を確認した。

1. はじめに

従来、開発した制御ロジックの検証は実機を用いて行われてきたが、以下のような問題点がある。

- ① 検証の前倒しが困難
- ② 実機試作時に掛かるコスト大
- ③ 制御対象の再利用不可
- ④ 全条件下での問題点の洗い出しが困難

①では機械設計の完了まで検証を行うことができず、前倒しが困難となり納期調整は制御開発者の負担となる。②、③では当然のことながら製作費用が掛かる上に、極限テストや異常時テストにより試作機が破損することも考えられ、高コストとなってしまう。④では実験環境や時間的問題、繰り返し精度が得られないなど全ての洗い出しが困難な場合も多い。特に自動車業界や航空・宇宙業界では上記問題点は顕著に現れ、そのためモデルベース開発というシミュレーション技術が発展してきた。モデルベース開発は既に確立された手法として上記分野で活発に用いられており、他分野への応用が期待されている。

そこで、モデルベース開発を県内の電機業界等への普及を目指し、自動車業界等で一般的に使用されている科学計算ソフト MATLAB/Simulink を昨年度導入した。今回、モデルベース開発において最も重要かつ困難とされるモデリング手法について検討を行ったので報告する。

2. 制御対象のモデリング

2.1 モデリング手法の種類

モデリング手法には制御対象の性質に合わせて以下の3つの方法がある。

- ① ホワイトボックスモデリング
- ② ブラックボックスモデリング
- ③ グレーボックスモデリング

①は運動方程式が既に確立されている場合で、MATLAB/Simulink を用いて運動方程式の解を求める方法であり、最も容易なモデリング手法である。②は制御対象の予測が困難な場合にステップ応答等の実験データを用いてモデリングする手法である。モデル化誤差を含みやすいこと、モデリングに実機が必要となること等の欠点がある。③は①と②を複合した手法で、制御対象の多くは③で表現されることが多いとされているが、汎用的ではなく最も経験を必要とするモデリング手法である。

2.2 制御対象の選定

今回、以下の理由から制御対象を電気自動車 (EV) とした。

- ① 鳥取県ではエコカー関連事業の育成と支援を実施している。特に、電気産業基盤のある県内では電気自動車産業参入を目指す企業の支援と人材育成は重要な施策である。
- ② 産業技術センターでは、これまで(株)SIM-Drive

にて電気自動車全般の知識習得を行ってきたため、この技術を応用することが可能である。

- ③ モデルベース開発の確立された自動車業界ではガソリン自動車への応用例が多く存在し、比較検討が容易である^{(1)~(3)}。

また、今回注目する車両の運動予測は全て運動方程式で表現することが可能なため、ホワイトボックスモデリングによってモデル化を行う。

2.3 制御対象の運動方程式

車両の座標系を図1に示す。各記号は以下の通りである。(添え字 f: フロント、 r: リア)

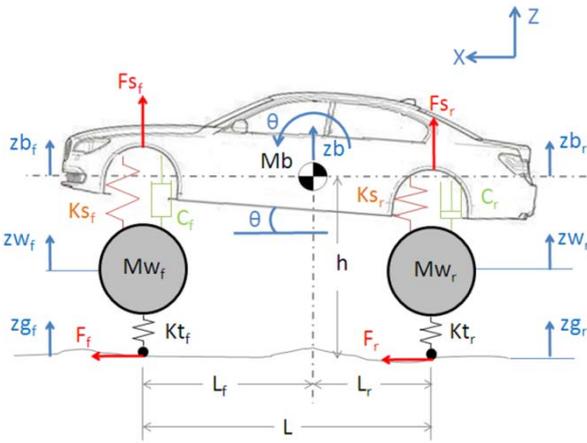


図1 車両の座標系

- h : 重心高さ、 Mb : バネ上重量、
 zb : 車体バウンシング量、 Mw : バネ下重量、
 zw : 車輪バウンシング量、 zg : 路面高さ、
 L : ホイールベース、 Lf : 重心点-前輪の長さ
 Lr : 重心点-後輪の長さ、 C : ダンパー減衰率、
 F : 路面 x 軸方向力、 Kt : タイヤばね定数、
 Ks : サスペンションばね定数、
 Fs : サスペンションから車体への力

これらの座標系における運動方程式を以下に示す。

- ① ばね上の運動方程式

$$F_{s_f} = -K_{s_f}\{(z_b - L_f\theta) - z_{w_f}\} - C_f\left\{\left(\frac{dz_b}{dt} - L_f\frac{d\theta}{dt}\right) - \frac{dz_{w_f}}{dt}\right\} \quad (1)$$

$$F_{s_r} = -K_{s_r}\{(z_b + L_r\theta) - z_{w_r}\} - C_r\left\{\left(\frac{dz_b}{dt} + L_r\frac{d\theta}{dt}\right) - \frac{dz_{w_r}}{dt}\right\} \quad (2)$$

- ② ばね下の運動方程式

$$Mw_f\frac{d^2z_{w_f}}{dt^2} = -Kt_f(z_{w_f} - z_{g_f}) - F_{s_f} \quad (3)$$

$$Mw_r\frac{d^2z_{w_r}}{dt^2} = -Kt_r(z_{w_r} - z_{g_r}) - F_{s_r} \quad (4)$$

- ③ 車輪の回転運動方程式

$$J_f\frac{d\omega}{dt} = T_f - F_fR \text{ より、 } F_f = \frac{T_f}{R} - \frac{J_f}{R^2}\frac{dv}{dt} \quad (5)$$

$$J_r\frac{d\omega}{dt} = T_r - F_rR \text{ より、 } F_r = \frac{T_r}{R} - \frac{J_r}{R^2}\frac{dv}{dt} \quad (6)$$

ただし、車速 v と車輪回転速度 ω の関係は $v = r\omega$ 。ここで、T は 1 輪の駆動トルク J_f 、 J_r は前後車軸換算の全車両総慣性モーメントで車輪が等質の円盤で近似できる場合、次のように与えられる。

$$J_f \cong Mw_f\frac{R^2}{2}, \quad J_r \cong Mw_r\frac{R^2}{2}$$

- ④ 車両重心の x 軸方向運動方程式

$$M\frac{dv}{dt} = 2(F_f + F_r) - 2\mu g(Mb_f + Mb_r) - \frac{1}{2}\rho ACdv^2 \quad (7)$$

ここで、M は車両重量、μ は転がり抵抗係数、Ra は空気抵抗、ρ は空気密度、A は車両前面投影面積、Cd は空気抵抗係数である。(5)、(6)式を代入して整理すると以下の式が得られる。

$$\left\{M + \frac{2(J_f+J_r)}{R^2}\right\}\frac{dv}{dt} = \frac{2(T_f+T_r)}{R} - 2\mu g(Mb_f + Mb_r) - \frac{1}{2}\rho ACdv^2 \quad (7')$$

- ⑤ 車両重心の z 方向運動方程式

$$M\frac{d^2z_b}{dt^2} = -Mg + 2(F_{s_f} + F_{s_r}) \quad (8)$$

- ⑥ 車両重心回りの運動方程式

$$I_y\frac{d^2\theta}{dt^2} = 2(F_{s_r}L_r - F_{s_f}L_f) - 2(F_f + F_r)h \quad (9)$$

ここで、 I_y は車体ピッチング慣性モーメントであり、 $I_y = M_bL_fL_r$ で与えられる。

2.4 運動方程式のブロック線図化

(1)式から F_{Sf} を求めるために、 $\frac{dz_b}{dt}$ を(8)式、 $\frac{d\theta}{dt}$ を(9)式、 $\frac{dz_{wf}}{dt}$ を(3)式から代入する。(z_b、 θ 、 z_{wf} は積分することで求める)これをブロック線図で表現すると図2となる。

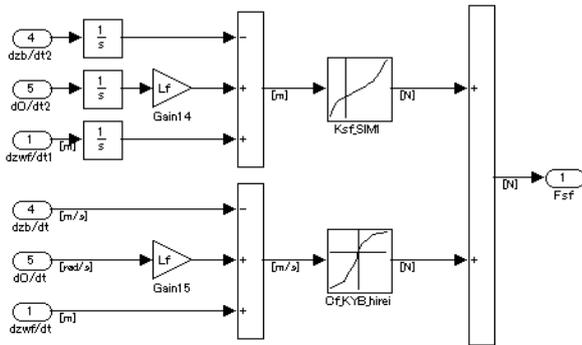


図2 (1)式のブロック線図

ここで、 $\frac{1}{s}$ は積分を表す。K_{Sf}およびC_fは設計データより求める。

また、(9)式から $\frac{d\theta}{dt}$ を求める場合は、 F_{Sf} を(1)式、 F_{Sr} を(2)式、 F_{Sf} を(5)式、 F_{Sr} を(6)式から代入する。図3にブロック線図を示す。

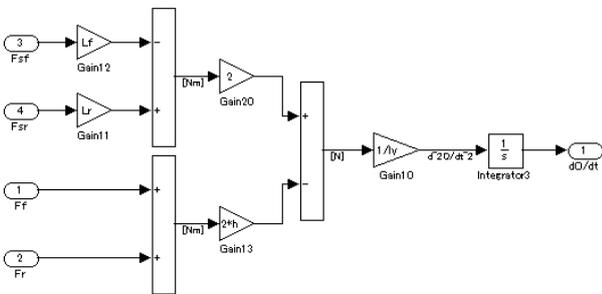


図3 (2)式のブロック線図

同様に他式のブロック線図を作成し、これらをサブブロック化してつなぎ合わせると図4のEVモデルとなる。これにモータに入力したトルク T_f 、 T_r より(7)式から求めた車速 v や、路面からの入力 z_g を代入すると図5の運動予測モデルが完成する。本モデルは、パラメータを変更することであらゆるタイプの車両を表現することができ、走行時の車両振動や前後の回転運動であるピッチング運動を予測することが可能となる。

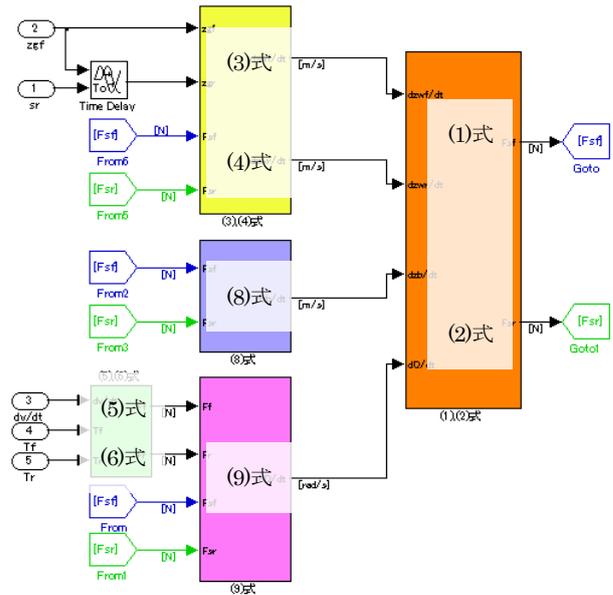


図4 EVモデルのブロック線図

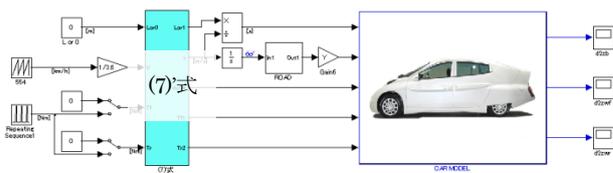


図5 運動予測モデルのブロック線図

3. モデルの検証

モデルの検証を行うためには、実験との比較が必要となる。今回、自動車において重要な要素である乗り心地に着目し検証を行った。乗り心地という人の感覚に依存する評価は簡易的な実験で行うことができない。さらに、サスペンション設計、路面条件、車両速度など起因するパラメータが多く、膨大な実験コストが発生する。そのため、シミュレーションにより簡単なパラメータ変更で乗り心地が予測可能となれば、車両開発にとって有効な手段となる。

3.1 実験内容

実験車両としてインホイール型電気自動車であるSIM-LEI (SIM-Drive) とオンボード型電気自動車であるLEAF (日産)を採用し、入力条件を統一して乗り心地に起因する車両振動を計測した。振動計測を行いたい車両部位に加速度ピックアップを取り付けた。計

測結果の周波数分析を行うことで周波数応答の検証を行った。実験に用いた NOK 株式会社鳥取事業場が保有するロードシミュレータである 4 軸車両加振試験機による実験風景を図 6 に示す。各車輪を乗せたポストが上下運動することで、ある周波数で車両を加振する。



図 6 実験風景

3.2 比較検証

実験を再現するため、本モデルに SIM-LEI と LEAF のパラメータを代入し、タイヤの路面接地点に実験と同条件の変位を与えた時の各車両部位の加速度を計算した。比較検証結果を図 7、8 に示す。横軸は加振した周波数、縦軸は各車両部位の振動値である。青色線が SIM-LEI、緑色線が LEAF、実線が実験結果、破線がシミュレーション結果を示している。これらの結果は、パラメータ誤差と実験誤差により完全な一致とはならなかったが、本モデルを用いることで概ね傾向の予測が可能であることを確認できた。

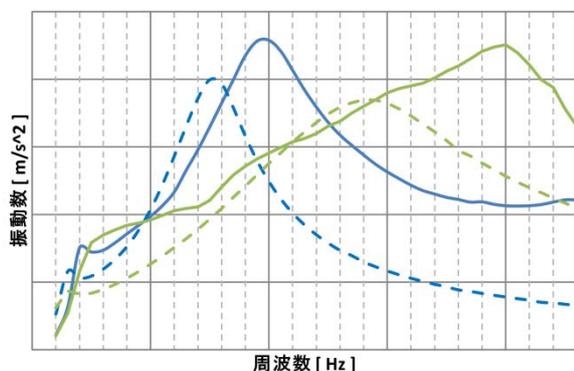


図 7 重心位置での比較

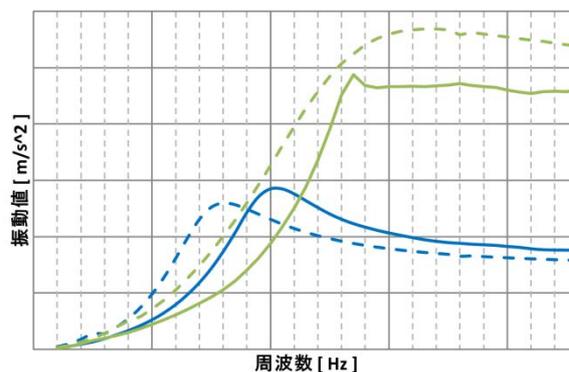


図 8 ばね下位置での比較

4. おわりに

今回、モデル検証に利用した乗り心地実験は数時間を必要とする上、数十万円というコストが発生する。これをシミュレーションで行えば数分で終了し、大幅なコスト削減につながる。さらに、実験では確認できないようなパラメータ設定や環境設定下での検討を行うことで、より高度な製品検証が可能となる。また、一度モデルが完成すれば、パラメータ変更により他機種への水平展開も可能となる。今回は、ホワイトボックスモデリングについて検討を行ったが、今後はブラックボックスモデリングやグレーボックスモデリングについても検討を行う。

謝辞

本研究を行うにあたり、SIM-LEI を開発した株式会社 SIM-Drive、LEAF の貸し出しをしていただいた株式会社中海テレビ放送、そして 4 軸車両加振試験機による実験を行っていただいた NOK 株式会社鳥取事業場の協力に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 自動車のモーションコントロール技術入門 山海堂
- 2) 自動車の運動と制御 安部正人著 東京電機大学出版局
- 3) 車両運動性能とシャシーメカニズム 宇野高明著 グランプリ出版